



## Resolución de Problemas y Algoritmos

### Clase 18: Resolución de problemas utilizando recursión



**Dr. Alejandro J. García**  
http://cs.uns.edu.ar/~ajg



Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación  
Universidad Nacional del Sur  
Bahía Blanca - Argentina

### Concepto: planteo recursivo

La forma de resolver un problema puede plantearse de manera recursiva si se indica:

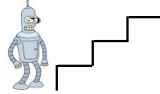
(a) un caso base que no se define en términos de sí mismo, y  
 (b) un caso general donde se hace referencia a sí mismo, pero con una instancia reducida del problema.

**Observación:** Una escalera puede verse como “un simple escalón, o un escalón seguido de una escalera”

**Planteo recursivo:** subir una escalera

**Caso base:**  
si hay un solo escalón, subo el escalón.

**Caso general:** si hay más de un escalón, primero subo un escalón, y luego subir una escalera que tiene un escalón menos.



Resolución de Problemas y Algoritmos    Dr. Alejandro J. García    2

### Concepto: planteo recursivo

La forma de resolver un problema puede plantearse de manera recursiva si se indica:


(a) un caso base que no se define en términos de sí mismo, y  
 (b) un caso general donde se hace referencia a sí mismo, pero con una instancia reducida del problema.

**Problema propuesto:** escribir un planteo para comer un plato de ñoquis (que no está vacío).

**Planteo recursivo:** Comer un plato de ñoquis

**Caso base:**  
si hay un solo ñoqui en el plato, comer un ñoqui.

**Caso general:** si hay más de un ñoqui en el plato, comer un ñoqui y luego comer un plato de ñoquis.



Resolución de Problemas y Algoritmos    Dr. Alejandro J. García    3

### Concepto: planteo recursivo

La forma de resolver un problema puede plantearse de manera recursiva si se indica:

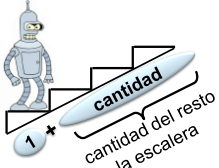
(a) un caso base que no se define en términos de sí mismo, y  
 (b) un caso general donde se hace referencia a sí mismo, pero con una instancia reducida del problema.

**Problema propuesto:** contar la cantidad de escalones.

**Planteo:** Cantidad de escalones

(CB) si hay un solo escalón:  
la cantidad de escalones es 1

(CG) si hay escalones: sube un escalón y la cantidad de escalones es: 1 + la cantidad de escalones del resto de la escalera.



Resolución de Problemas y Algoritmos    Dr. Alejandro J. García    4

### Metodología propuesta

1. Identificar ejemplos significativos que ayuden a entender el problema y su solución.
2. Realizar un planteo recursivo en el cual se distinga el “caso base”, y el “caso general” (donde se define en términos de sí mismo pero para una instancia más simple/reducida/menor).
3. Verificar que el planteo sea correcto (con alguno de los ejemplos significativos).
4. Determinar si se realizará una función o un procedimiento recursivo, e implementarlo en Pascal.
5. Realizar la traza de la primitiva en Pascal.

Resolución de Problemas y Algoritmos    Dr. Alejandro J. García    5

### Problema propuesto: todos pares

Escriba un planteo recursivo y luego una función (que respete ese planteo) que indique si todos los dígitos de un número entero son pares. Siguiendo la metodología...

Ejemplos: 246, 440, 0, y 8 tienen todos dígitos pares.  
 21, 12468 y 5 no tienen todos dígitos pares.

**Planteo:** son todos dígitos pares en N

**Caso base:** si N tiene un único dígito entonces si N es par, son todos pares, de lo contrario no lo son.

**Caso general:** si N tiene más de un dígito, entonces son todos pares en N si: el último dígito de N es par y además son todos dígitos pares en N sin su último dígito.

Resolución de Problemas y Algoritmos    Dr. Alejandro J. García    6

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente:  
 “Resolución de Problemas y Algoritmos. Notas de Clase”. Alejandro J. García. Universidad Nacional del Sur. (c) 2015

**Implementación en Pascal**

- Dado un planteo recursivo, puede haber varias formas de implementar una primitiva (función o procedimiento) recursiva que respete dicho planteo.
- A continuación se mostrará como implementar el planteo recursivo anterior (son todos dígitos pares en N) con tres funciones recursivas (levemente diferentes una de otra) pero todas respetando el planteo dado.

**Una forma de implementar la función recursiva**

```

Funcion todospares(N:integer):boolean;
{Función recursiva que recibe un entero N y retorna true si todos los dígitos de N son pares o falso en caso contrario}
var ultimo_par, anteriores_pares: boolean;
begin
if (N div 10) = 0 {caso base: N tiene un dígito}
then if N mod 2 = 0 then todospares:=true
else todospares:=false
else {caso general: N tiene más de un dígito}
begin
ultimo_par := (N mod 10) mod 2 = 0; {¿par el último dígit. de N?}
anteriores_pares := todospares(N div 10); {veo si son todos pares N sin su último dígito}
todospares := ultimo_par and anteriores_pares;
{retorna true si el último es true y además anteriores es true}
end; {else}
end; {función todospares}
    
```

**Otra forma de implementar la función**

La siguiente función recursiva también respeta el planteo, pero tiene una implementación un poco más compacta. Realice una traza para comprobarlo.

```

Funcion todospares(N:integer):boolean;
{Función recursiva que recibe un entero N y retorna true si todos los dígitos de N son pares o falso en caso contrario}
begin
if (N div 10) = 0 {caso base: N tiene un dígito}
then todospares := N mod 2 = 0
else {caso general: N tiene más de un dígito}
todospares := ((N mod 10) mod 2 = 0) and todospares(N div 10);
end; {función todospares}
    
```

**Otra forma de implementar la función**

- La siguiente implementación también respeta el planteo. Realice una traza para ver las diferencias.

```

Funcion todospares(N:integer):boolean;
{Función recursiva que recibe un entero N y retorna true si todos los dígitos de N son pares o falso en caso contrario}
begin
if (N div 10) = 0 {caso base: N tiene un dígito}
then todospares := N mod 2 = 0
else {caso general: N tiene más de un dígito}
if ((N mod 10) mod 2 = 0)
then todospares := todospares(N div 10)
else todospares := false;
end; {todospares}
    
```

**Implementación en Pascal**

**Observación:** en clase mostramos que había por lo menos 96 formas diferentes de implementar una función recursiva que respete el planteo (más de una por alumno presente).

- Por ejemplo, para implementar “N tiene un solo dígito” se puede usar cualquiera de estas expresiones equivalentes:

```

(N div 10) = 0 {N tiene un dígito}
abs(N) < 10 {N tiene un dígito}
(N > -10) and (N < 10) {N tiene un dígito}
    
```

- “Si N es par, entonces la función retorna true, de lo contrario false” puede hacerse de estas dos formas:
  - if N mod 2 = 0 then todospares:=true else todospares:=false**
  - todospares := N mod 2 = 0**

**Implementación en Pascal**

- **Tarea propuesta:** implementar un procedimiento que resuelva el problema siguiendo lo establecido en el planteo “son todos dígitos pares en N”. Escriba además un programa de prueba para este procedimiento y realice trazas con ejemplos significativos (esto lo ayudará además a practicar el concepto de parámetro por referencia) .

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente: “Resolución de Problemas y Algoritmos. Notas de Clase”. Alejandro J. García. Universidad Nacional del Sur. (c) 2015